

Tentamen

Inleiding Wiskundige Systeemtheorie (156056)

Datum: 11-04-2005

Plaats: WA 4

Tijd: 9:00–12:00

1. Beschouw het systeem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_A x + \underbrace{\begin{bmatrix} \beta \\ 1 \end{bmatrix}}_B u \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_C x \end{aligned}$$

- (a) Bepaal e^{At} .
- (b) Is het systeem asymptotisch stabiel?
- (c) Voor welke $\beta \in \mathbb{R}$ is het systeem niet regelbaar?
- (d) Neem nu $\beta = 1$. Ontwerp een toestandsterugkoppeling $u = Fx$ voor het systeem zodanig dat $A + BF$ eigenwaarden -1 en -2 heeft.
- (e) Ontwerp een waarnemer met eigenwaarden -1 en -2 voor het systeem.
- (f) Geef een stabiliserende regelaar met ingang y en uitgang u voor het systeem, samengesteld uit voorgaande twee onderdelen. (En neem weer $\beta = 1$.)

2. Beschouw het niet-lineaire systeem

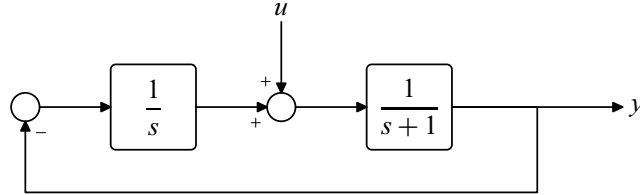
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1^2 + x_2^2 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1(x_2 + 1) \end{aligned}$$

- (a) Bepaal alle evenwichtspunten.
- (b) Bepaal de linearisatie rond $x_1^* = x_2^* = 0$.
- (c) Is het niet-lineaire systeem asymptotisch stabiel in $x_1^* = x_2^* = 0$?

3. Stel een systeem met $w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ wordt beschreven door

$$w_1^{(3)} + 2w_2^{(1)} + w_3^{(3)} + 3w_3 = 0$$

- (a) Bepaal een polynoommatrix $R(\xi)$ zodanig dat het systeem wordt beschreven door $R\left(\frac{d}{dt}\right)w = 0$ met $w = [w_1 \ w_2 \ w_3]^T$.
- (b) Bepaal de impliciete waarnemercanonieke vorm.
- (c) Bepaal alle ingang-uitgangpartities van w .



4. Beschouw het systeem van bovenstaande figuur, gerepresenteerd middels hun overdrachtsfuncties.

- Bepaal de overdrachtsfunctie van u naar y .
- Bepaal een i/s/o-representatie met ingang u en uitgang y die dezelfde overdrachtsfunctie heeft als hierboven.

5. In Praag is men bezig met de aanleg van de verkeerstunnel ‘Blanka’ en een van de doelen is om m.b.v. regeltechniek de uitlaatgasconcentraties (en andere concentraties) beneden vastgestelde waarden te houden. Hiertoe moet eerst een model worden opgesteld. De ingrediënten zijn:

- De ventilatoren kunnen alleen maar aan (100%) of uit (0%).
- Als de ventilatoren aan staan dan neemt de uitlaatgasconcentratie x af volgens $\dot{x} = -x$.
- Als de ventilatoren uit staan dan neemt de uitlaatgasconcentratie x toe volgens $\dot{x} = 100 - x$.
- De ventilatoren gaan uit als $x(t) \leq 1$ en gaan aan als $x(t) \geq 5$, mits aan de volgende eis wordt voldaan:
- Als de ventilatoren uit worden gezet dan mogen ze pas na 10 tijdeenheden weer worden aangezet.

Modelleer dit systeem als hybride automaat. Geef daarbij de locaties, de guards, de jumps en invarianten aan.

6. Is het continue-tijdsysteem $y(t) = u(t - e^{-t})$ tijdinvariant?

Puntenverdeling:

Opgave:	1(a)	1(b)	1(c)	1(d)	1(e)	1(f)	2(a)	2(b)	2(c)	3(a)	3(b)	3(c)	4(a)	4(b)	5	6
Punten:	4	2	3	3	3	2	3	3	3	2	2	2	3	3	4	4

Tentamencijfer: $1 + 9p/p_{\max}$ met p het behaalde aantal punten, en $p_{\max} = 46$.