

Tentamen

Inleiding Wiskundige Systementheorie (156056)

Datum: 02-04-2006

Plaats: RA-L216

Tijd: 9:00–12:00

1. Beschouw het systeem met twee uitgangen

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_A x + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_B u \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_C x + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_D u\end{aligned}$$

- (a) Bepaal e^{At} .
- (b) Is het systeem regelbaar?
- (c) Is het systeem waarneembaar?
- (d) Ontwerp een toestandsterugkoppeling $u = Fx$ voor het systeem zodanig dat $A + BF$ karakteristiek polynoom $s^2 + s + 1$ heeft.
- (e) Ontwerp een waarnemer met eigenwaarden -2 (twee maal).

2. Beschouw het niet-lineaire systeem

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 x_2 \\ x_2^2 - 1 - x_1 x_3 \\ 1 - x_3 \end{bmatrix}.$$

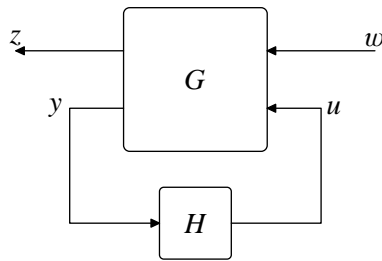
- (a) Bepaal alle evenwichtspunten.
- (b) Bepaal voor alle evenwichtspunten de linearisatie.
- (c) Welke evenwichtspunten van het niet-lineaire systeem zijn asymptotisch stabiel? En welke zijn niet asymptotisch stabiel?

3. Beschouw het systeem met overdrachtsfunctie

$$H(s) = \frac{s^2 + 5s + 10}{s^2 + 2s + 1}$$

- (a) Bepaal een toestandsrepresentatie voor dit systeem
- (b) Is het systeem asymptotisch stabiel?

Z.O.Z.



4. Beschouw het continue-tijdsysteem van bovenstaande figuur. De systemen zijn gerepresenteerd middels de overdrachtsfuncties: $u = Hy$ en $\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$ met G een 2×2 overdrachtsmatrix,

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}.$$

Bepaal de overdrachtsfunctie van w naar z . (D.w.z. druk die overdrachtsfunctie uit in termen van de G_{ij} en H .)

5. Bepaal een toestand voor het continue-tijdsysteem

$$\dot{y}(t) = u^2(t), \quad (t, y(t), u(t)) \in \mathbb{R}.$$

6. In Praag is men nog steeds bezig met de aanleg van de verkeerstunnel ‘Blanka’ en een van de doelen is om m.b.v. regeltechniek de uitlaatgasconcentraties (en andere concentraties) beneden vastgestelde waarden te houden. Hiertoe moet eerst een model worden opgesteld. De ingrediënten zijn:

- De ventilatoren kunnen alleen maar aan (100%) of uit (0%).
- Als de ventilatoren aan staan dan neemt de uitlaatgasconcentratie x af volgens $\dot{x} = -x$.
- Als de ventilatoren uit staan dan neemt de uitlaatgasconcentratie x toe volgens $\dot{x} = 100 - x$.
- De ventilatoren gaan aan als $x(t) \geq 5$ en gaan uit als $x(t) \leq 1$ mits aan de volgende eis wordt voldaan:
- Als de ventilatoren aan worden gezet dan mogen ze pas na na 5 tijdseenheden weer worden uitgezet.

Modelleer dit systeem als hybride automaat. Geef daarbij de locaties, de guards, de jumps en invarianten aan.

7. Is het systeem van opgave 1 te stabiliseren met statische uitgangsterugkoppeling $u = Hy$ (dus met H constant) ?

Puntenverdeling:

Opgave:	1(a)	1(b)	1(c)	1(d)	1(e)	2(a)	2(b)	2(c)	3(a)	3(b)	4	5	6	7
Punten:	5	2	2	5	5	3	3	3	3	1	5	3	5	3

Tentamencijfer: $1 + 9p/p_{\max}$ met p het behaalde aantal punten, en $p_{\max} = 48$.