

Tentamen Vernieuwings- en Markovprocessen (153060)
maandag 20 maart 2000 van 13.30 - 16.30 uur

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven
Gebruik boek toegestaan
Vermeld ook uw studentnummer op uw werk

1. Op Piet z'n computer komen email berichten binnen volgens een Poisson proces met intensiteit 6 (per dag). Piet kijkt 2 keer per dag of er nog nieuwe berichten zijn, namelijk om 9.00 uur 's morgens en om 5.00 uur 's middags.
 - a. Bepaal de kans dat Piet op zekere dag 's morgens om 9.00 uur geen nieuwe berichten aantreft.
 - b. Bepaal de kans dat Piet in een periode van 2 dagen precies 2 berichten ontvangt.

Als Piet op zekere dag om 9.00 uur 's morgens zijn computer aanzet ziet hij dat er 3 nieuwe berichten zijn, waarvan de laatste dezelfde dag om 8.00 uur is binnengekomen.

 - c. Wat is de kans dat alledrie de berichten diezelfde dag zijn binnengekomen?
 - d. Hoe laat komt naar verwachting het eerstvolgende bericht binnen?
2. Beschouw een vernieuwingsproces $\{N(t), t \geq 0\}$ met vernieuwingsintervallen X_1, X_2, \dots die uniform verdeeld zijn over het interval $(0, 1)$. Bereken
 - a. $P(N(t) = 1)$
 - b. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EN(t)$
 - c. $\lim_{t \rightarrow \infty} EX_{N(t)+1}$.
3. Een productie-eenheid bestaat uit twee machines die elk (verschillende) componenten produceren met een constante snelheid van één per uur. De kans dat een component afkomstig van machine 1, resp. machine 2, wordt goedgekeurd is $\frac{1}{2}$, resp. $\frac{3}{4}$. Zodra van beide machines een goedgekeurde component aanwezig is worden de beide componenten geassembleerd tot een eindproduct dat vervolgens het systeem verlaat. Afgekeurde componenten verdwijnen onmiddellijk uit het systeem. Machine i , $i = 1, 2$, wordt stopgezet zodra er een overschot is van 2 door machine i geproduceerde onderdelen en weer gestart zodra het overschot kleiner is.
 - a. Bepaal de fractie van de tijd dat machine i stilstaat, $i = 1, 2$.
 - b. Bepaal het verwachte aantal eindproducten dat per uur wordt gefabriceerd.

(Hint: definieer een geschikte Markov keten $\{X_n, n = 1, 2, \dots\}$ zodanig dat X_n de toestand van het systeem na n uur beschrijft.)

4. Een systeem bestaat uit 3 machines en 2 reparateurs. Ten hoogste 2 machines zijn tegelijkertijd in werking. De werkingsduur van een machine is exponentieel verdeeld met verwachtingswaarde 4 uur. Als een machine defect is en er is een reparateur beschikbaar dan wordt de machine gerepareerd (altijd door één reparateur). Een reparatieduur is exponentieel verdeeld met verwachtingswaarde 2 uur. Na een reparatie is een machine weer als nieuw en beschikbaar voor productie. Zij $X(t)$ het aantal machines op tijdstip t dat *niet* defect is, dan is $(X(t), t \geq 0)$ een Markov keten.
- Geef de overgangsintensiteiten van de keten.
 - Bepaal de stationaire verdeling van de keten.
 - Gegeven is dat een werkende machine 700 eenheden per uur produceert. Wat is (op de lange duur) de verwachte uurproductie van het totale systeem?
 - Bepaal de verwachte lengte van een periode gedurende welke tenminste één machine in bedrijf is.

Normering:

1				2			3		4			
a	b	c	d	a	b	c	a	b	a	b	c	d
1	1	2	2	3	2	2	4	2	2	2	2	2