Kenmerk: `EWI08/TW/SOR/RB`
Datum: 4 April 2008

Tentamen Stochastische Modellen in Operations Management (153088)
Dinsdag 8 april 2008, 9:00 – 12:00 uur

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven.
Eindcijfer = (aantal behaalde punten+10)/10.
Vermeld ook uw studentnummer op uw werk en tentamenbriefje.

Opgave 1 (20 punten)
Z. Eiler heeft dringend binnen 4 weken geld nodig, en wil daartoe zijn boot verkopen binnen maximaal 4 weken. In de komende vier weken ontvangt Eiler wekelijks een bod. Stel dat op grond van ervaringen van de door Eiler ingeschakelde bemiddelaar de kansverdelingen van de hoogten van boden op vergelijkbare boten (in duizenden Euro's) in de vier achtereenvolgende weken gegeven worden in de volgende tabel.

bod	1^{e} week	2^{e} week	3^{e} week	4^{e} week
140	0.4	0.5	0.4	0.6
144	0.4	0.5	0.3	0.2
148	0.2	0.0	0.3	0.2

Na ieder bod beslist Eiler of hij het bod accepteert of niet. Als Eiler het bod niet accepteert vervalt het bod. Heeft Eiler de boden in de eerste drie weken afgewezen dan is hij verplicht het bod in de vierde week te accepteren. Eiler wil de verwachte verkoopprijs maximaliseren.

a) Formuleer het probleem als een stochastisch dynamisch programmeringsprobleem. Definieer de fasen, toestanden, beslissingen, en de optimale waardefunctie.
b) Bepaal de optimale verkoopstrategie. Hoe groot is de optimale verwachte verkoopprijs?

Opgave 2 (25 punten)
De eigenaar van een mijn moet wekelijks beslissen over de hoeveelheid springstof die hij op zaterdag wil inzetten voor de ontginning van zijn mijn. Hij kan kiezen uit twee opties: een lage hoeveelheid springstof (L) en een hoge hoeveelheid springstof (H). Hij deelt de wekelijkse opbrengst van de mijn in drie categorieën: OG=onder gemiddeld, G=gemiddeld en BG=boven gemiddeld en gelooft dat de opbrengst stochastisch afhangt van zowel de opbrengst van de vorige week als de hoeveelheid gebruikte springstof in de huidige week. Dit wordt gemodelleerd door de volgende overgangskansen:

Opbrengst vorige week	Springstof: L			Springstof: H		
	Opbrengst van deze week			Opbrengst van deze week		
	BG	G	OG	BG	G	OG
BG	0.2	0.5	0.3	0.6	0.3	0.1
G	0	0.6	0.4	0.4	0.5	0.1
OG	0	0.3	0.7	0.2	0.7	0.1

Veronderstel dat de hoeveelheden springstof L en H respectievelijk € 100.000 en € 300.000 kosten, en dat de wekelijkse opbrengst (exclusief springstofkosten) behorende bij OG, G, BG respectievelijk zijn: € 800.000, € 1.000.000, en € 1.200.000. De disconteringsfactor is 0.95 op weekbasis. Het doel van de eigenaar is maximalisering van de verwachte contante waarde van de opbrengsten.

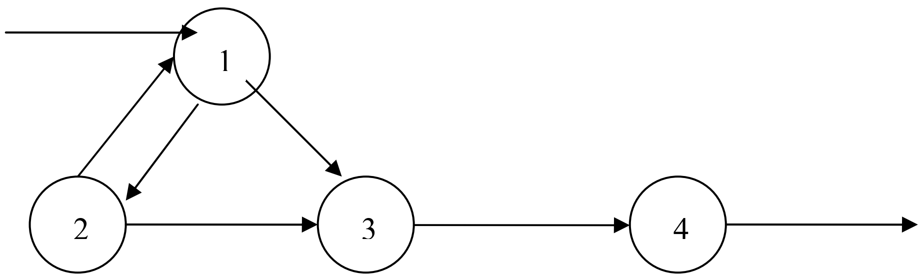
a) Geef de optimaliteitsvergelijkingen voor dit probleem.
b) Voer twee iteraties uit van het Waarde-iteratie algoritme.
c) Kies zelf een stationaire politiek en onderzoek m.b.v. het strategie of politiek-iteratie algoritme (policy iteration) of de door u gekozen politiek optimaal is.
d) Formuleer een L.P.-model waarmee dit probleem opgelost kan worden. Beschrijf hoe in principe uit de oplossing van dit L.P.-model de optimale politiek gevonden wordt.

<u>Opgave 3</u> (25 punten)

Een apparaat bevat een onderdeel dat essentieel is voor de werking van dit apparaat: valt het onderdeel uit dan valt ook het apparaat uit. Om dit uitvalrisico te verkleinen besluit men om naast het onderdeel een tweede identiek onderdeel parallel te zetten. Dit houdt in dat als het actieve onderdeel uitvalt het parallelle (stand-by) onderdeel actief wordt en de functie direct overneemt. Een onderdeel dat defect raakt wordt direct gerepareerd, waarna het (als nieuw) in het apparaat wordt terug geplaatst.
De tijd tussen actief worden en de uitval van een onderdeel is exponentieel verdeeld met gemiddelde $1/\lambda$. De reparatieduur is exponentieel verdeeld met gemiddelde $1/\mu$. Alle tijdsduren zijn onderling onafhankelijk.

a) Definieer een toestandsproces met zijn toestanden en teken het bijbehorende transitiediagram (of overgangsintensiteitendiagram). Beschrijf een wachtmodel met hetzelfde diagram.
b) Bepaal de kans dat het apparaat niet werkt.
c) Hoeveel reparaties worden gemiddeld per tijdseenheid uitgevoerd?
d) Hoe groot is de gemiddelde tijd gedurende welke het apparaat ononderbroken werkt?
e) Stel dat de reparatiecapaciteit wordt beperkt tot 1 monteur die alleen deze onderdelen repareert en die aan slechts 1 onderdeel tegelijk werkt. Hoe ziet het transitiediagram eruit?

<u>Opgave 4</u> (20 punten)
Beschouw het open netwerk uit onderstaande figuur. Het wachtrijsysteem bestaat uit 4 wachtrijen, 1, 2, 3 en 4, ieder met een enkele bediende en onbeperkte wachtrij waarin klanten op volgorde van binnenkomst worden bediend. Het aankomstproces bij wachtrij 1 is een Poissonproces met intensiteit γ_1 jobs per uur. Wachtrijen 1, 2 en 3 hebben exponentieel verdeelde bewerkingstijden, met gemiddeld aantal jobs dat verwerkt kan worden per uur respectievelijk 20, 12 en 18. Wachtrij 4 heeft bewerkingstijd met algemene verdeling G, met gemiddeld aantal jobs dat verwerkt kan worden per uur gelijk aan $1/\mu_4$, en variantie σ^2 . De overgangskansen zijn als volgt: $r_{12}= r_{13}=0.5$, $r_{21}=0.25$, $r_{23}=0.75$, $r_{34}=1$.



a) Beschouw het netwerk zonder wachtrij 4 (dus een job verlaat het netwerk vanuit wachtrij 3). Formuleer de stroomvergelijkingen voor het deel van het netwerk bestaande uit de wachtrijen 1, 2 en 3, en los deze op.
b) Hoe luidt de stationariteitsvoorwaarde?
c) Laat $\gamma_1 = 14$ jobs per uur. Geef de kansverdeling van de wachtrijlengte bij station 1, 2, en 3 (de marginale verdelingen).
d) Wat is de gemiddelde verblijftijd van een job in het deel van het netwerk bestaande uit wachtrijen 1, 2 en 3?
e) Beargumenteer dat het vertrekproces bij wachtrij 3 een Poissonproces is, en geef de intensiteit van dit proces.
f) Neem aan dat het aankomstproces bij station 4 een Poissonproces is met intensiteit γ_1 jobs per uur. Wat is de gemiddelde verblijftijd van een job bij wachtrij 4? Wat is de gemiddelde verblijftijd van een job in het gehele netwerk?