

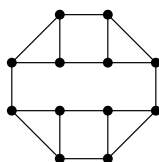
**Kenmerk:** EW105/dwmp/t04/pb

**Tentamen Grafentheorie (152075)**  
**Woensdag 6 april 2005, 13.30 – 16.30 uur**

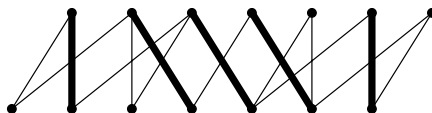
**Motiveer al uw antwoorden.**

(De met '\*' gemarkeerde vraag is iets lastiger, probeer eerst de andere vragen.)

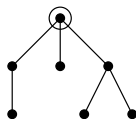
1. Bewijs dat voor iedere bipartiete geïnduceerde deelgraaf  $H$  van onderstaande graaf geldt:  $\Delta(H) \leq 2$ .



2. (a) Bewijs met inductie dat  $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$  voor alle  $G$ .  
(b) Voor welke samenhangende grafen geldt  $\chi(G) = \Delta(G) + 1$ ?
3. (a) Bewijs dat  $\kappa(G) \leq \delta(G)$  voor alle grafen  $G$  (zonder een stelling uit het dictaat te gebruiken).  
(b) Graaf  $G$  heeft 26 punten, 39 lijnen, is 2-samenhangend en heeft  $\Delta(G) = 4$ . Bepaal  $\delta(G)$ .
4. Gebruik de Hongaarse methode om uitgaande van de gegeven matching een grootste matching te vinden in de volgende graaf:



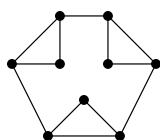
5. (a) Bepaal welk getal de volgende gewortelde boom representeert:  
(Het omcirkelde punt is de wortel.)



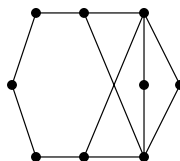
- (b) Welke gewortelde boom hoort bij het getal 70?

6. Een van de onderstaande chromatische polynomen hoort bij graaf (a), en een bij graaf (b). Beredeneer voor beide grafen welke polynoom dit is. (De chromatische polynomen hoeven niet berekend te worden.)

- $x^2(x - 2)^5(x - 1)^2$
- $x(x - 1)(x - 2)^2(x - 3)(x^2 - 3x + 3)(x^2 - x + 1)$
- $x(x - 1)(x^7 - 11x^6 + 55x^5 - 159x^4 + 286x^3 - 323x^2 + 216x - 67)$
- $x(x - 1)(x - 2)^3(x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 5)$



(a)



(b)

- \* 7. Bewijs dat iedere  $k$ -reguliere graaf op  $n$  punten een matching heeft met minstens  $\frac{nk}{2(k+1)}$  lijnen.

**Normering:**

1.: 3    2.(a): 3    3.(a): 2    4.: 4    5.(a): 2    6.: 4    7.: 3  
           (b): 1    (b): 3                   (b): 2

**Totaal:**  $27 + 3 = 30$  punten.