

Tentamen Grafentheorie (152075)
Woensdag 18 april 2012, 13.45 – 16.45 uur

Motiveer al uw antwoorden.

1. Laat G een samenhangende graaf zijn met tenminste 3 punten. Toon aan dat er twee (verschillende) punten x, y met afstand $d(x, y) \leq 2$ zijn waarvoor $G - \{x, y\}$ nog steeds samenhangend is.
(Hint: Beschouw een opspannende boom T .)
2. Stel dat G een simple 5-reguliere graaf is met $\kappa(G) = 2$. Toon aan: $\kappa'(G) \leq 4$.
3. Stel G is een graaf op n punten. Toon aan: Voor elke matching M in G en elke verzameling S van punten in G geldt:

$$|M| \leq \frac{1}{2}(n - o(G \setminus S) + |S|).$$

(Reminder: $o(G \setminus S)$ geeft het aantal oneven componenten in $G \setminus S$ aan.)

4. Welke (gelabelde) boom hoort bij Prüfer code $(4, 3, 5, 3, 4, 5)$?
(Herinnering: De Prüfer code identificeert elke gelabelde boom op n punten met één rijtje van $n - 2$ getallen uit $\{1, 2, \dots, n\}$.)
5. Waar of onwaar:
 - a) In een Euleriaanse graaf met twee incidenten lijnen e, f is er altijd een Eulertour die met e begint en met f eindigt?
 - b) Elk boom heeft hooguit één perfecte matching?
6. G is een simple 3-reguliere Hamiltoniaanse graaf. Toon aan: $\chi'(G) = 3$.
7. Bereken het chromatische polynoom $\pi_k(G)$ voor $G = K_5 - e$ (dus K_5 meen een lijn). Zijn er nog meer grafen met hetzelfde chromatische polynoom?

Normering (36+4=40):

1: 5	2: 5	3: 5	4: 5	5: 6	6: 5	7: 5
------	------	------	------	------	------	------