

Kenmerk : TW2014/DWMP/017/ha

Vak : **Grafentheorie**

Vakcode : 191520751

Datum : 17 april 2014

Tijd : 08.45-11.45 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden. Een rekenmachine is niet toegestaan.

In dit tentamen wordt met een graaf G steeds een gewone graaf bedoeld (*simple graph*), d.w.z. G heeft geen lussen (*loops*) en twee verschillende punten worden hoogstens door één lijn verbonden.

1. [4 pt]

$G = (V, E)$ is een samenhangende graaf waarvoor geldt dat de graad van elk punt even is. Toon aan dat voor alle $v \in V$ geldt: $\omega(G - v) \leq \frac{d(v)}{2}$.

2. [4 pt]

Bepaal $\tau(G)$ voor de graaf G in Figuur 1.

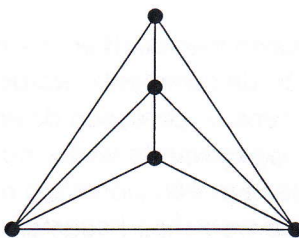


Figure 1: De graaf G bij opgave 2

3. Geef voor elk van onderstaande gevallen een voorbeeld van een graaf G die aan de voorwaarden voldoet. Vermeld bij elk voorbeeld de waarden van κ , κ' en δ .

(a) [1 pt] $\kappa(G) = \kappa'(G) = \delta(G)$.

(b) [1 pt] $\kappa(G) < \kappa'(G) = \delta(G)$.

(c) [1 pt] $\kappa(G) = \kappa'(G) < \delta(G)$.

(d) [2 pt] $\kappa(G) < \kappa'(G) < \delta(G)$.

4. [4 pt]

Laat $k \geq 2$. Toon aan dat de k -dimensionale kubusgraaf (*k-cube*) Q_k Hamiltoniaans is.

5. [5 pt]

Laat $k \geq 2$. Laat G een graaf zijn zo dat elke lijn in G incident is met precies één punt van graad $\geq k$.

Toon aan dat G een matching heeft die alle punten van graad $\geq k$ verzadigt.

6. (a) [2 pt]

G is een graaf met $\nu = 2n + 1$ en $\varepsilon > n\Delta$. Toon aan dat $\chi' = \Delta + 1$.

(b) [2 pt]

G is een graaf die verkregen is door in een k -reguliere graaf met een oneven aantal punten minder dan $\frac{k}{2}$ lijnen te verwijderen. Toon aan dat $\chi' = \Delta + 1$.

7. [5 pt]

Laat G een graaf zijn met de eigenschap dat elk paar oneven cykels in G een punt gemeen hebben. Toon aan dat $\chi(G) \leq 5$.

8. [5 pt]

De bedrijven 1 t/m k ($k \geq 2$) sturen medewerkers naar een conferentie. Bedrijf i stuurt m_i medewerkers ($1 \leq i \leq k$). Op de conferentie worden l workshops gehouden ($l \geq 2$). Aan workshop j kunnen hoogstens n_j personen deelnemen ($1 \leq j \leq l$). Elke deelnemer aan de conferentie heeft opgegeven in welke workshops hij/zij is geïnteresseerd. Elke deelnemer kan echter maar aan één workshop meedoen. Bovendien hanteert de organisatie de regel dat aan elke workshop hoogstens één medewerker van elk bedrijf mag deelnemen.

Modelleer bovenstaande situatie m.b.v. een netwerk en leg uit hoe daarmee kan worden bepaald of het mogelijk is om alle deelnemers aan de conferentie in te delen in workshops.

Opm: U hoeft niet uit te leggen hoe het labelings-algoritme van Ford en Fulkerson werkt. U moet wel duidelijk maken hoe de toepassing van dit algoritme op uw netwerk, een antwoord geeft op de vraag of er een optimale workshop-indeling bestaat.

Totaal: 36 + 4 = 40 punten