

Kenmerk : TW2016/BG10

Course : **Mathematics β 1 (Leibniz)**

Date : October 7, 2016

Time : 13.45 – 15.45 hrs

Motivate all your answers.

The use of electronic devices is not allowed.

1. [5 pt] (a) [3 pt] Consider the following first order differential equation:

$$xy' + y = 0, \quad (*)$$

Solve the differential equation (*) and make a sketch of the direction field (slope field) of (*).

- (b) [2 pt] Solve the following initial value problem:

$$\begin{cases} xy' + y = \sin(x), \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1. \end{cases}$$

2. [3 pt] Let $z = -1 - i$ and $w = 1 + i\sqrt{3}$.

(a) [1 pt] Find the modulus (absolute value) and the argument of z and w .

(b) [2 pt] Calculate $\frac{z^4}{w^3}$.

3. [4 pt] (a) [2 pt] Solve the equation $z^3 = -8$.

(b) [2 pt] Consider the homogeneous third order differential equation $y''' + 8y = 0$.
Give three solutions of this DE of the form $e^{\lambda x}$.

4. [5 pt] Determine the solution of the following second order differential equation:

$$y'' + 3y' + 2y = 2e^{-x} + 3\cos(x) + \sin(x).$$

5. [5 pt] Given are the vectors $\mathbf{u} = \langle 1, 2, 1 \rangle$ and $\mathbf{v} = \langle 0, 1, 3 \rangle$
- (a) [1 pt] Determine the angle between \mathbf{u} and \mathbf{v} .
 - (b) [1 pt] Find a vector \mathbf{n} perpendicular to the vectors \mathbf{u} and \mathbf{v} .
 - (c) [1 pt] Find the area of the parallelogram determined by the vectors \mathbf{u} and \mathbf{v} .
 - (d) [1 pt] Find a vector equation for the line through point $P(1, 2, 1)$ in the direction of \mathbf{v} .
 - (e) [1 pt] Give an equation for the plane through the origin and the points $P(1, 2, 1)$ and $Q(0, 1, 3)$.

Total: 22 points

Vak : **Mathematics β 1 (Leibniz)**

Datum : 7 oktober 2016

Tijd : 13.45 – 15.45 uur

Motiveer al uw antwoorden.

Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.

1. [5 pt] (a) [3 pt] Beschouw de volgende eerste orde differentiaalvergelijking:

$$xy' + y = 0, \quad (*)$$

Los de differentiaalvergelijking (*) op en geef een schets van het richtingsveld van (*).

- (b) [2 pt] Los het volgende beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} xy' + y = \sin(x), \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1. \end{cases}$$

2. [3 pt] Laat $z = -1 - i$ en $w = 1 + i\sqrt{3}$.

(a) [1 pt] Bepaal de modulus (absolute waarde) en het argument van z en w .

(b) [2 pt] Bereken $\frac{z^4}{w^3}$.

3. [4 pt] (a) [2 pt] Los de volgende vergelijking op: $z^3 = -8$.

(b) [2 pt] Beschouw de homogene derde orde differentiaalvergelijking $y''' + 8y = 0$. Geef drie oplossingen van deze DV van de vorm $e^{\lambda x}$.

4. [5 pt] Bepaal de oplossing van de volgende tweede orde differentiaalvergelijking:

$$y'' + 3y' + 2y = 2e^{-x} + 3\cos(x) + \sin(x).$$

5. [5 pt] Gegeven zijn de vectoren $\mathbf{u} = \langle 1, 2, 1 \rangle$ en $\mathbf{v} = \langle 0, 1, 3 \rangle$
- (a) [1 pt] Bepaal de hoek tussen \mathbf{u} en \mathbf{v} .
 - (b) [1 pt] Geef een vector \mathbf{n} die loodrecht staat op de vectoren \mathbf{u} en \mathbf{v} .
 - (c) [1 pt] Bepaal de oppervlakte van het parallellogram opgespannen door de vectoren \mathbf{u} en \mathbf{v} .
 - (d) [1 pt] Bepaal een vectorvergelijking van de lijn door de punten $P(1, 2, 1)$ in de richting van \mathbf{v} .
 - (e) [1 pt] Geef een vergelijking van het vlak door de oorsprong en de punten $P(1, 2, 1)$ and $Q(0, 1, 3)$.

Totaal: 22 punten