

Kenmerk : TW2013/DWMP/027/ha

Course : **Mathematics A (Euclid)**

Date : September 20, 2013

Time : 15.45 – 16.45 hrs

**Motivate all your answers.
The use of electronic devices is not allowed.**

1. (a) [2 pt] Let, for $k \in \mathbb{N}$, the intervals A_k be given by: $A_k = [-\frac{1}{k}, 2k)$.
Determine $A_1 \cap A_3$ and $A_4 - A_2$.
- (b) [3 pt] Construct a truth table for the propositions
 $(p \wedge q) \rightarrow r$ and $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$,
and use it to examine whether these propositions are logically equivalent.

2. (a) [1 pt] Calculate: $\sum_{i=1}^3 i \cdot (i!)$.
- (b) [4 pt] Prove with mathematical induction that for all $n \geq 1$:

$$\sum_{i=1}^n i \cdot (i!) = (n + 1)! - 1.$$

3. A tennisclub has 20 male members and 30 female members. A committee of seven people has to be formed out of these members. Determine in how many ways this committee can be formed in the following cases. Your final answer may contain binomial coefficients, you don't need to work these out.
- (a) [1 pt] If there are no further restrictions.
- (b) [3 pt] If a majority in the committee must be female.

Total: 14 points

Vak : **Mathematics A (Euclides)**

Datum : 20 september 2013

Tijd : 15.45 – 16.45 uur

Motiveer al uw antwoorden.

Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.

1. (a) [2 pt] Laat, voor $k \in \mathbb{N}$, het interval A_k gegeven zijn door: $A_k = [-\frac{1}{k}, 2k)$.
Bepaal $A_1 \cap A_3$ en $A_4 - A_2$.
- (b) [3 pt] Construeer een waarheidstabel voor de proposities
 $(p \wedge q) \rightarrow r$ en $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$,
en onderzoek hiermee of deze proposities logisch equivalent zijn.

2. (a) [1 pt] Bereken: $\sum_{i=1}^3 i \cdot (i!)$.
- (b) [4 pt] Bewijs met volledige inductie dat voor alle $n \geq 1$:

$$\sum_{i=1}^n i \cdot (i!) = (n+1)! - 1.$$

3. Een tennisclub heeft 20 mannelijke en 30 vrouwelijke leden. Er moet een bestuur van zeven mensen worden samengesteld uit deze leden. Bepaal het aantal manieren waarop dit bestuur kan worden samengesteld in de volgende gevallen. Uw antwoord mag binomiaalcoëfficiënten bevatten, u hoeft deze niet verder uit te werken.
- (a) [1 pt] Als er geen verdere restricties zijn.
- (b) [3 pt] Als een meerderheid van het bestuur uit vrouwen moet bestaan.

Totaal: 14 punten