TENTAMEN

Basismodellen in de Informatica

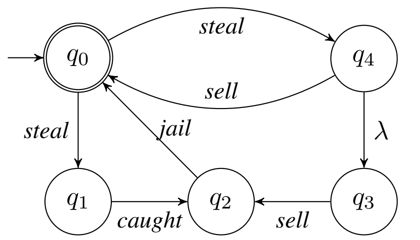
vakcode: 211180
datum: 2 juli 2009
tijd: 9:00–12:30 uur

Algemeen

- Bij dit tentamen mag gebruik worden gemaakt van het boek van Sudkamp, van de handleiding van Basismodellen in de Informatica, en van de handouts van de colleges.
- Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven, waarvoor in het totaal 95 punten behaald kunnen worden. Het minimale aantal punten per opgave bedraagt 0. Het cijfer is het aantal punten gedeeld door 10, afgerond tot een geheel getal, plus 1. (Er kunnen dus 5 bonuspunten worden verdiend.)

Opgave 1 **(20 punten)**

Beschouw de volgende NFA-λ, M, die de pakkans van Jim de Burglar in kaart brengt:



a. Beschrijf de "input transitie-functie" van M in tabelvorm.
b. Transformeer M naar een equivalente DFA, gebruikmakend van de subset-constructie.

Opgave 2 **(20 punten)**

Beschouw de volgende twee talen:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &:= \{a^{2m}b^{3m} \mid m > 0\} \\ \mathcal{L}_2 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid 3 \cdot \#_a(w) = 2 \cdot \#_b(w)\} \end{aligned}$$

waarbij $\#_a(w)$ het aantal voorkomens van a in w betekent.

a. Bewijs met behulp van de pompstelling dat $\mathcal{L}_1$ niet regulier is.
b. Laat zien dat dan ook $\mathcal{L}_2$ niet regulier is. Gebruik de geslotenheidseigenschappen voor reguliere talen.
c. Is $\mathcal{L}_1$ contextvrij? Toon uw antwoord aan.
d. Geef een Turingmachine die $\mathcal{L}_2$ beslist.

Opgave 3 **(15 punten)**

Definieer: v is een deelwoord van w als je v verkrijgt door letters uit w te schrappen. De taal van alle deelwoorden van L kan als volgt worden gedefinieerd:

$$DW(L) = \{a_1 \cdots a_n \mid w_0a_1w_1 \cdots w_{n-1}a_nw_n \in L\}$$

Bewijs nu de volgende stelling: Als L een reguliere taal is, dan is ook $DW(L)$ regulier.

Opgave 4 (15 punten)

Gegeven is de volgende contextvrije grammatica G:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ASB \mid BA \\ A &\rightarrow aaA \mid a \\ B &\rightarrow bbB \mid \lambda \end{aligned}$$

a. Transformeer G stapsgewijs naar Chomsky normaalvorm.

b. Gebruik het CYK algoritme om het woord $w = aabb$ te ontleden.

c. Laat zien hoe de ontleedboom van w uit de matrix is af te leiden.

Opgave 5 (15 punten)

Beschouw de volgende onbeperkte grammatica G:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ASB \mid \lambda \\ AB &\rightarrow ba \mid Ba \\ Ab &\rightarrow bA \\ Aa &\rightarrow aA \mid a \end{aligned}$$

a. Geef een afleiding van $baba$

b. Leg uit waarom $\#_a(w) = \#_b(w)$ voor alle $w \in L(G)$

c. Welke taal genereert deze grammatica? Beredeneer je antwoord zo goed mogelijk.

d. Geef een equivalente contextvrije grammatica in Greibach normaalvorm, met zo weinig mogelijk veriabelen.

Opgave 6 (15 punten)

Zij R een injectieve functie die een willekeurige Turingmachine M omzet in een string-codering hiervan; d.w.z., $R(M) \in \Sigma^*$ voor een gegeven alfabet Σ, en $M_1 \neq M_2$ impliceert $R(M_1) \neq R(M_2)$. Zij

$$\begin{aligned} L_1 &= \{R(M) \mid M \text{ is een willekeurige Turingmachine}\} \\ L_2 &= \{R(M)w \mid M \text{ is een Turingmachine die stopt voor invoer } w\} \end{aligned}$$

Beantwoord de volgende vragen, door te beredeneren hoe zo'n grammatica er uit zou zien of waarom zo'n grammatica niet kan bestaan. Kies eventueel zelf een geschikte codering R (die aan bovenstaande voorwaarden voldoet) zodat het antwoord eenvoudiger wordt.

a. Bestaat er een contextgevoelige grammatica die de taal L_1 genereert?

b. Bestaat er een contextgevoelige grammatica die de taal L_2 genereert?

c. Bestaat er een onbeperkte grammatica die de taal L_1 genereert?

d. Bestaat er een onbeperkte grammatica die de taal L_2 genereert?