

TENTAMEN
Basismodellen in de Informatica

vakcode: 211180
datum: 1 juli 2010
tijd: 8:45–12:15 uur

Algemeen

- Bij dit tentamen mag gebruik worden gemaakt van het boek van Sudkamp, van de handleiding van Basismodellen in de Informatica, en van de handouts van de colleges.
- Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven, waarvoor in het totaal 100 punten behaald kunnen worden. Het minimale aantal punten per opgave bedraagt 0. Het cijfer is het aantal punten gedeeld door 10, afgerond tot een geheel getal.

Opgave 1 (20 punten)

We modelleren een stoplicht met het volgende alfabet: g (roen), o (ranje), r (ood) en u (it). De standaardcyclus van een stoplicht is een herhaald (groen, oranje, rood). Soms wordt deze onderbroken door oranje-knipperen. In dat geval wordt oranje vervangen door een herhaling van (oranje,uit), die altijd begint en eindigt met oranje.

- a. Beschrijf dit gedrag met behulp van een reguliere expressie.
- b. Zet deze expressie om in een NFA- λ . Gebruik hierbij het algoritme uit het boek (hierbij mag je loze λ -transities weglaten).
- c. Determiniseer deze automaat via de subset-constructie.
- d. Minimaliseer de verkregen DFA. Ga hiervoor systematisch na welke toestanden equivalent zijn.

Laat bij de constructies in b–d de tussenstappen zien!

Opgave 2 (20 punten)

Geef van de volgende stellingen aan of ze waar zijn (met een *kort* argument), dan wel onwaar (met een *klein* tegenvoorbeeld). Ongemotiveerde ja/nee-antwoorden worden niet goed gerekend.

- a. Zij $M_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ een willekeurige NFA, en zij $M_2 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$. Dan geldt $L(M_1) = \overline{L(M_2)}$ (het laatste staat voor het complement van de taal, zie pag. 201 van het boek).
- b. Voor zowel eindige automaten, stapelautomaten als Turingmachines geldt dat met de deterministische variant dezelfde klasse van talen gedefinieerd kan worden als met de non-deterministische variant.
- c. Als een taal recursief opsombaar is, is zijn complement het ook. (Met andere woorden, de recursief opsombare talen zijn gesloten onder complement.)

Opgave 3 (15 punten)

- a. Laat zien dat de taal $\{(a^2b^3)^{2k} \mid k > 0\}$ regulier is.
- b. Bewijs dat de taal $\{a^{4k}b^{6k} \mid k > 0\}$ niet regulier is.

Opgave 4 (20 punten)

Beschouw de volgende grammatica, met alfabet $\Sigma = \{\text{hup, holland, hoera, !}\}$:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S \text{ hoera} \mid X \\ X &\rightarrow H X ! \mid \lambda \\ H &\rightarrow \text{hup} \mid \text{holland} \end{aligned}$$

- Beschrijf (in verzamelingnotatie) welke taal deze grammatica genereert
- Construeer stapsgewijs een Chomsky normaalvorm voor deze grammatica.
- Construeer stapsgewijs een Greibach normaalvorm voor deze grammatica.

Opgave 5 (15 punten)

De Spaanse vlag bestaat uit twee horizontale rode banen, met daar tussenin een gele baan die twee keer zo breed is als elk van de rode. De gele baan bevat bovendien links het wapen van Spanje.

Definieer de taal van “spaanse-vlagwoorden”, bestaande uit een positief aantal keer r (ood), dan een enkele w (apen), dan twee keer zoveel g (eel) en dan weer het oorspronkelijke aantal r . Bijvoorbeeld zijn $rwggr$ en $rrwgggrr$ correcte spaanse-vlagwoorden.

- Beschrijf de taal in verzamelingnotatie;
- Geef een (single- of multi-tape) Turingmachine die de taal beslist, en geef de berekening voor $rrwgggrr$. Beargumenteer dat de machine de taal inderdaad beslist.
- Geef een contextgevoelige grammatica die de taal genereert, en geef de afleiding voor $rrwgggrr$. Beargumenteer dat de grammatica inderdaad contextgevoelig is.

Opgave 6 (10 punten)

- Beschrijf hoe een schaakpartij als een woord van een formele taal opgevat kan worden; in het bijzonder, wat zijn de letters van het alfabet?
- Waar in de Chomsky-hiërarchie bevindt zich de taal van alle schaakpartijen die door wit gewonnen worden? Beargumenteer je antwoord.