

Eerste deoltoets Kansrekening  
(Module Signalen en Onzekerheid, 201300182)  
Vrijdag 20 februari 2015 van 13.45 - 15.15 uur

Deze toets bestaat uit 5 opgaven.  
Alle antwoorden dienen te worden gemotiveerd.  
Gebruik van een rekenmachine is *niet* toegestaan.

1.  $S$  is een verzameling mogelijke uitkomsten van een experiment en  $P$  is een functie die aan iedere deelverzameling  $E$  van  $S$  een reëel getal  $P(E)$  toekent.
  - a. Onder welke voorwaarden noemen we het paar  $(S, P)$  een kansruimte? (formuleer de drie axioma's nauwkeurig).
  - b. Bewijs met behulp van deze axioma's dat voor twee gebeurtenissen  $E$  en  $F$  geldt dat  $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$ . Geef bij de stappen aan op basis waarvan deze gelden.
2. Van alle vliegtuigongelukken wordt 30% veroorzaakt door een constructiefout. Als een constructiefout de oorzaak is van een vliegtuigongeluk wordt deze in 85% van de gevallen ook als oorzaak opgegeven. Als een vliegtuigongeluk een andere oorzaak heeft wordt toch in 35% van de gevallen een constructiefout als oorzaak genoemd. Geef bij de beantwoording van onderstaande vragen aan welke algemene kanswetten je gebruikt.
  - a. Wat is de kans dat bij een vliegtuigongeluk een constructiefout als oorzaak wordt genoemd?
  - b. Bereken de kans dat een vliegtuigongeluk werkelijk door een constructiefout is veroorzaakt als een constructiefout als oorzaak wordt genoemd.
3. We gooien een munt, net zolang totdat we  $k$  keer kop hebben gegooid, waarbij  $k$  een vooraf gekozen geheel getal is. De kans op kop is  $p$  voor iedere worp, en de worpen zijn onderling onafhankelijk. Zij  $N$  het totaal aantal worpen.
  - a. Geef de kansfunctie en de verwachtingswaarde van  $N$  voor het speciale geval  $k = 1$ ; hoe heet de verdeling in dit geval?
  - b. Geef (voor algemene  $k$ ) het waardenbereik en de kansfunctie van  $N$ .
4. De kansdichtheid van de stochastische variabele  $X$  is

$$f(x) = \begin{cases} c(1 - x^2), & x \in [-1, 1], \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

- a. Bereken  $c$  en bepaal daarmee de verdelingsfunctie van  $X$ .
- b. Bepaal  $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$ .
- c. Bepaal  $EX$  en  $\text{Var}(X)$ .

5. De stochastische variabele  $X$  is uniform verdeeld op  $[0, 1]$ , en  $Y = 1/X$ .

a. Bepaal de kansdichtheid van  $Y$ .

b. Bepaal  $EY$ .

**Normering:**

1		2		3		4			5		Totaal
a	b	a	b	a	b	a	b	c	a	b	
2	3	2	2	2	3	3	2	3	3	2	27

Deeltoetscijfer:  $\frac{\text{Totaal}}{3} + 1$ .