

Tweede deoltoets Kansrekening
(Module Signalen en Onzekerheid, 201300182)

Woensdag 6 april 2015 van 8.45 - 11.15 uur

Deze toets bestaat uit 4 opgaven.
Alle antwoorden dienen te worden gemotiveerd.
Gebruik van een rekenmachine is *niet* toegestaan.

1. De simultane kansfunctie $P(X = i \text{ en } Y = j)$ van de stochastische variabelen X en Y wordt gegeven door

$$P(X = i \text{ en } Y = j) = c|i + j|, \quad i = -1, 0, 1, \quad j = -1, 0, 1.$$

- a. Bepaal de constante c
 - b. Bepaal de marginale verdeling van X .
 - c. Bepaal de voorwaardelijke verdeling van X gegeven $Y = 0$.
 - d. Bereken de correlatiecoëfficiënt $\rho(X, Y)$.
2. De stochastische variabelen X en Y hebben de simultane kansdichtheid f met

$$f(x, y) = 8xy, \quad 0 \leq x \leq y \leq 1,$$

en $f(x, y) = 0$ elders.

- a. Bereken $P(Y \geq \frac{1}{2})$.
 - b. Bereken $P(Y \geq 2X | Y \geq \frac{1}{2})$.
 - c. Bereken $E(\frac{X}{Y})$.
 - d. Ga na of X en Y onafhankelijk zijn.
3. Een zekere brug kan maximaal een gewicht dragen van 735 kg. De gewichten van n personen worden gerepresenteerd door de (onderling onafhankelijke) stochastische variabelen X_1, \dots, X_n . De stochastische variabele \bar{X} is het gemiddelde gewicht van de groep.
- Veronderstel dat het gewicht van een willekeurig persoon normaal is verdeeld met een verwachting van 75 (kg) en een variantie van 100 (kg²).
- a. Geef de kansverdeling van \bar{X} .
 - b. Bepaal (met behulp van de tabel) de kans dat de brug breekt als er zich 9 mensen op de brug begeven.
- Stel nu dat het gewicht van een willekeurig persoon uniform verdeeld is, en wel zo dat nog steeds $E(X_1) = 75$ en $\text{var}(X_1) = 100$.
- c. Gebruik de Centrale Limietstelling en de tabel om te bepalen hoeveel personen er maximaal op de brug mogen opdat de kans dat de brug breekt kleiner is dan 0.001.

Z.O.Z.

4. De stochastische variabelen X en Y zijn onderling onafhankelijk en beide exponentieel verdeeld met verwachting 1.
- Bepaal $P(X + Y < 2)$.
 - Bepaal $E[X | X < 1]$.
 - Bepaal $E[X | X > Y]$.
 - Bepaal de momentgenererende functie van $2X - Y$.

Normering:

1				2				3			4			
a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	d
1	1	2	3	2	2	2	1	2	2	3	2	2	3	2

Cijfer: $\frac{\text{Totaal}}{30} \times 9 + 1$

NB Cijfer van deze tweede deoltoets telt voor 70% mee voor eindcijfer van kansrekening (eerste deoltoets telt voor 30% mee).