

Toets 2 Kansrekening en Statistiek (201300182)
dinsdag 8 april 2014 van 8.45 - 10.15 uur

Deze toets bestaat uit 3 opgaven.
Alle antwoorden dienen te worden gemotiveerd.
Gebruik van een rekenmachine is *niet* toegestaan.

1. De simultane kansdichtheid $f(x, y)$ van de stochastische variabelen X en Y is constant op de driehoek $D = \{(x, y) \mid y \geq 0, y \leq 1 - x, y \leq 1 + x\}$ en $f(x, y) = 0$ buiten D .
 - a. Geef $f(x, y)$ voor alle x, y .
 - b. Bepaal $P(X + Y \leq 0)$.
 - c. Bepaal de marginale kansdichtheid van X en $E(|X|)$, de verwachting van de absolute waarde van X .
 - d. Bepaal $f_{Y|X}(y|x)$, de voorwaardelijke kansdichtheid van Y gegeven $X = x$ en geef aan voor welke waarden van x deze is gedefinieerd.
 - e. Bepaal $E(Y \mid X = x)$, $E(Y \mid X)$ en $E(Y)$.
2. We werpen n keer met een munt met kans p op kruis; het aantal keren dat we kruis gooien noemen we N_1 . Als $N_1 > 0$ gaan we opnieuw met de munt gooien en wel N_1 keer; het aantal keren kruis dat we in deze tweede ronde gooien noemen we N_2 . Als $N_2 > 0$ gooien we vervolgens in een derde ronde N_2 keer met de munt hetgeen ons N_3 keer kruis oplevert. We gaan zo door totdat we in een ronde geen enkele keer kruis meer werpen. Als er een j^e ronde is geven we met N_j het aantal keren aan dat we in de j^e ronde kruis gooien, anders is $N_j = 0$.
 - a. Bepaal $E(N_{j+1} \mid N_j = m)$ en $E(N_{j+1} \mid N_j)$.
 - b. Bereken $E(N_j)$.
 - c. Bepaal de verdeling van N_2 .
3. In een doos zitten 5 lampjes, twee van type 1 en drie van type 2. Men neemt willekeurig twee lampjes uit de doos en schakelt deze in serie, zodat de schakeling wordt verbroken zodra een van beide lampjes kapot gaat. De levensduren van de lampjes zijn exponentieel verdeeld met parameter λ_i voor een lampje van type i , $i = 1, 2$ en de lampjes in een schakeling gaan onafhankelijk van elkaar kapot. Zij M het aantal lampjes van type 1 in de schakeling en T de levensduur van de schakeling.
 - a. Laat zien dat de voorwaardelijke kansdichtheid van T gegeven $M = 1$, wordt gegeven door

$$f_{T|M}(t|1) = (\lambda_1 + \lambda_2) e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}, \quad t \geq 0.$$

- b. Bepaal $E(T | M = 1, T > 1)$.
- c. Bepaal $E(T | M = 1, T \leq 1)$.
- d. Bepaal de kansfunctie van M .
- e. Bepaal de kansdichtheid van T .

Normering:

1					2			3				
a	b	c	d	e	a	b	c	a	b	c	d	e
1	1	3	3	3	2	3	2	2	2	2	1	2

Eindcijfer: $\frac{\text{Totaal}}{27} \times 9 + 1$