

Toets Kansrekening en Statistiek (201300182)
vrijdag 28 maart 2014 van 15.45 - 17.15 uur

Deze toets bestaat uit 4 opgaven en 1 tabel.
Alle antwoorden dienen te worden gemotiveerd.
Gebruik van een rekenmachine is *niet* toegestaan.

1. Er is vastgesteld dat de kans op overlijden als gevolg van longkanker voor de rokers onder de mannen in Twente 18% is. Voor de Twentse mannen die niet roken is die kans slechts 1%. Bekend is verder dat 30% van de Twentse mannen rookt.
 - a. Definieer relevante gebeurtenissen en geef alle beweringen in formulevorm weer in termen van deze gebeurtenissen.
 - b. Bepaal de kans dat een willekeurig gekozen Twentenaar aan longkanker overlijdt.
 - c. Bepaal de kans dat een aan longkanker overleden Twentenaar rookte.
 - d. Bepaal de kans dat een willekeurig gekozen Twentenaar niet rookt, maar wel aan longkanker overlijdt.
2. Met een zuivere dobbelsteen wordt zo vaak gegooid totdat tenminste éénmaal een "1" en tenminste éénmaal een "2" zijn gevallen. Zij X het nummer van de eerste worp die een "1" oplevert en Y het nummer van de eerste worp die een "2" oplevert.
 - a. Geef de kansfunctie en de verwachtingswaarde van X .
 - b. Geef de simultane kansfunctie van X en Y .
 - c. Ga na of X en Y onderling onafhankelijk zijn.
3. De stochastische variabele X bezit een uniforme verdeling op het interval $[-1, 1]$.
 - a. Bepaal de momentgenererende functie van X .
 - b. Bepaal de kansdichtheid van $Y = X^2$.
 - c. Bepaal de verwachting en de variantie van Y .
 - d. Bepaal $\text{cov}(X, Y)$.
4. Een machine dient 24 uur per dag te werken, maar bezit een onderdeel dat nogal eens kapot gaat. Zodra dit onderdeel faalt wordt het onmiddellijk vervangen door een identiek exemplaar uit de voorraad. Op tijdstip 0 zijn er 24 van die onderdelen in voorraad en zit er één (nieuw) exemplaar in de machine. De machine valt definitief uit op het moment dat het onderdeel kapot gaat en er geen vervangend exemplaar meer in voorraad is. Een onderdeel gaat gemiddeld 8 dagen mee met een variantie van 4 dag². Voor de levensduur L van de machine geldt dus $L = X_1 + X_2 + \dots + X_{25}$, waarin X_1, X_2, \dots, X_{25} onderling onafhankelijke stochastische variabelen zijn met verwachtingswaarde $\mu = 8$ en variantie $\sigma^2 = 4$.

- Bepaal de verwachting en de variantie van L .
- Geef met behulp van de Centrale Limietstelling een benadering voor de kans dat de machine nog functioneert na 190 dagen.
- De voorraad wordt na n dagen aangevuld. Hoe groot kan n maximaal zijn opdat de machine met tenminste 90% kans nog werkt op tijdstip n ?

Normering:

1				2			3				4		
a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	d	a	b	c
1	2	2	1	2	3	1	2	3	2	2	2	2	2

Eindcijfer: $\frac{\text{Totaal}}{27} \times 9 + 1$