

Formuleblad Wiskundige Statistiek

De toetsingsprocedure in 8 stappen / schema van acht stappen voor een toets

1. Formuleer het kansmodel.
2. Formuleer nulhypothese H_0 en alternatieve hypothese H_1 in termen van de parameters van het kansmodel.
3. Formuleer een geschikte toetsingsgrootheid in termen van de voorkomende s.v.-en.
4. Geef de kansverdeling van de toetsingsgrootheid onder (het randpunt van) H_0 .
5. Bereken of geef de waarde van de toetsingsgrootheid.
6. **a.** Bepaal de kritieke waarde(n) en geef het kritieke gebied of **b.** Bereken de overschrijdingskans.
7. Formuleer de conclusie omtrent het al dan niet verwerpen van H_0 bij de gegeven onbetrouwbaarheid(sdrempel).
8. Vermeld de conclusie in "gewone woorden".

Kansrekening:

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

$$E(X - Y) = E(X) - E(Y)$$

$$var(X) = E(X^2) - (EX)^2$$

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

$$var(aX + b) = a^2 var(X)$$

Als X en Y onafhankelijk zijn:

$$var(X + Y) = var(X) + var(Y) \text{ en}$$

$$var(X - Y) = var(X) + var(Y)$$

$$var(T) = E(var(T|V)) + var(E(T|V))$$

$$\text{Regressie: } R_{adj}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k-1} \times \frac{SS(error)}{SS(total)}$$

verdeling	Kans(dichtheid)	'range'	$E(X)$	$var(X)$
binomiaal	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	0,1,2, ..., n	np	np(1-p)
Poisson	$e^{-\mu} \mu^x / x!$	0,1,2, ...	μ	μ
Uniform op (a, b)	$1/(b-a)$	$a < x < b$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$
exponentieel	$\lambda \exp(-\lambda x)$	$x > 0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$
gamma	$x^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) / (\Gamma(\alpha)\beta^\alpha)$	$x > 0$	$\alpha \times \beta$	$\alpha \times \beta^2$
Chi kwadraat (χ_f^2)	is gamma verdeling met $\alpha = f/2$ en $\beta = 2$			

Grenzen van betrouwbaarheidsintervallen

$$* \hat{p} \pm c \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$* \bar{X} \pm c \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$* \left(\frac{(n-1)S^2}{c_2}, \frac{(n-1)S^2}{c_1} \right)$$

$$* \bar{X} - \bar{Y} \pm c \sqrt{S^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}, \text{ met } S^2 = \frac{n_1-1}{n_1+n_2-2} S_X^2 + \frac{n_2-1}{n_1+n_2-2} S_Y^2$$

$$\text{of: } \bar{X} - \bar{Y} \pm c \sqrt{\frac{S_X^2}{n_1} + \frac{S_Y^2}{n_2}}$$

$$* \hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm c \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$* \hat{\beta}_i \pm c \times se(\hat{\beta}_i)$$

Toetsingsgrootheden

* X (aantal successen bij binomiale toets)

$$* T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

* S^2

$$* T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - \Delta_0}{\sqrt{S^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \text{ met } S^2 = \frac{n_1 - 1}{n_1 + n_2 - 2} S_X^2 + \frac{n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2} S_Y^2, \text{ of } Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{S_X^2}{n_1} + \frac{S_Y^2}{n_2}}}$$

$$* Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \text{ met } \hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

$$* F = \frac{S_X^2}{S_Y^2}$$

$$* T = \hat{\beta}_i / \text{se}(\hat{\beta}_i) \quad (\text{regressie})$$

$$* F = \frac{SS(\text{regression})/k}{SS(\text{error})/(n-k-1)} \quad (\text{regressie})$$

Analyse van categoriale variabelen

$$* \text{ 1 rij en } k \text{ kolommen: } \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - E_0 N_i)^2}{E_0 N_i} \quad (df = k - 1)$$

$$* r \times c \text{ - kruistabel: } \chi^2 = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r \frac{(N_{ij} - \hat{E}_0 N_{ij})^2}{\hat{E}_0 N_{ij}}, \text{ met } \hat{E}_0 N_{ij} = \frac{\text{rijssom} \times \text{kolomssom}}{n}$$

en $df = (r - 1)(c - 1)$.

Non-parametrische toetsen

* Tekentoets: $X \sim B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ onder H_0

* Rangsomtoets van Wilcoxon: $W = \sum_{i=1}^{n_1} R(X_i)$,

$$\text{onder } H_0 \text{ met: } E(W) = \frac{1}{2} n_1 (N + 1) \text{ en } \text{var}(W) = \frac{1}{12} n_1 n_2 (N + 1)$$

Toets op de normale verdeling

* Toets van Shapiro – Wilk: toetsingsgrootheid: $W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i X_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$