

## Deeltoets 1: Analyse II

Statistiek en Analyse (201400218), 2015-20165

22-september-2015, 8:45 – 10:15

Totaal aantal punten : 25

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.  
Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.  
Antwoorden mogen zowel in het Engels als in het Nederlands.  
Succes!**

1. (a.) Definieer (volledig) de convergentie van een reeks van reële getallen. [2]  
(b.) Onderzoek van de volgende reeksen of ze convergeren of divergeren. Geef ook aan of de convergentie absoluut is indien de reeks convergeert. [3+2]

(i.) 
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \sqrt{k}}{k+3}$$

(ii.) 
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1 - (-1)^{k+1}}{e} \right)^k$$

2. (a.) Definieer (volledig) de uniforme convergentie van een reeks van reële functies. [3]  
(b.) Bewijs dat de functie reeks  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^x}$  convergeert uniform op het interval  $[1 + \epsilon, \infty)$  voor ieder  $\epsilon > 0$ . [3]  
(c.) Zij  $f_n : E \rightarrow \mathbb{R}$  is begrensd voor alle  $n \in \mathbb{N}$ , en  $f_n$  convergeert uniform op  $E$ . Bewijs dat er een  $M > 0$  bestaat z.d.d. [4]

$$|f_n(x)| \leq M \quad \text{voor alle } x \in E \text{ en } n \in \mathbb{N}.$$

3. (a.) Geef de definitie van de convergentiestraal van een machtreeks. [2]  
(b.) Bepaal de convergentiestraal en het convergentiegebied van de machtreeks [3]

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k2^k} x^{2k}$$

- (c.) Herschrijf de machtreeks in een compactere/eenvoudigere vorm voor die waarden van  $x$  waarvoor de reeks convergeert. [3]

<b>Cijfer:</b> $\frac{\text{behaalde punten}}{25} \times 9 + 1$ (afgerond tot twee decimalen)
---