

# Dynamische systemen (201500103) — toets 2

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden

Een eenvoudige (niet-programmeerbare) rekenmachine mag worden gebruikt

Datum: 11-01-2016

Zaal: RA 2504

Tijd: 08:45-11:45

## 1. Beschouw

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ \alpha & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x.$$

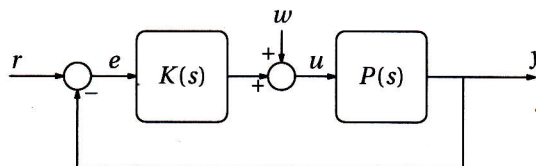
- Voor welke  $\alpha$  is het systeem regelbaar?
- Is het systeem detecteerbaar voor  $\alpha = 3$ ?
- Neem nu  $\alpha = 0$ . Bepaal een waarnemer (u mag zelf de waarnemer polen kiezen, als het maar een waarnemer is.)
- Neem  $\alpha = 0$ . Bepaal een regelbaar, samengesteld uit een waarnemer en een toestands-terugkoppeling, die de gesloten lus stabiliseert.

## 2. Schrijf de differentiaalvergelijking

$$y^{(3)} + 2y^{(2)} + 3y^{(1)} = 2u^{(2)} + 5u$$

als toestandsmodel  $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$ .

## 3. Beschouw onderstaand gesloten-lussysteem met $K(s)$ en $P(s)$ rationale functies: $K(s) = \frac{N_K(s)}{D_K(s)}, P(s) = \frac{N_P(s)}{D_P(s)}$ .



- Bepaal de overdrachtsfunctie van  $w$  naar  $y$
- In helicopters zorgen de ronddraaiende wieken voor een periodieke verstoring. Dit modelleren we met

$$w(t) = \cos(10t).$$

Stel  $P(s) = 1$ . Construeer een regelaar  $K(s)$  die de gesloten lus asymptotisch stabiel maakt en die er voor zorgt dat  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$  voor  $r(t) = 0$  en deze  $w(t) = \cos(10t)$ .

4. Beschouw het echo-systeem

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} u(t-n).$$

- (a) Bepaal de impulsresponsie  $h(t)$  van dit systeem
- (b) Bepaal de overdrachtsfunctie  $H_{y/u}(s)$ .
- (c) Is het systeem BIBO-stabiel?

5. Drie vragen.

- (a) Beschouw het systeem

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = [1 \quad 1] x.$$

Dit representeert welke differentiaalvergelijking  $P(\frac{d}{dt})y = Q(\frac{d}{dt})u$ ?

- (b) Formuleer de stelling in hoofdstuk 3 over de “Kalmanregelbaarheids-decompositie”
- (c) Is het systeem  $y(t) = u(t-t^2)$  LTI?

6. **Deel van NumWis:** We beschouwen de volgende functie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \cos(x) + e^{-x} \tag{1}$$

- (a) Bewijs dat de functie  $f$  tenminste één nulpunt heeft op het interval  $[0, \pi]$ .

Omdat we voor de functie  $f$  in (1) geen exacte nulpunten kunnen bepalen, bepalen we één zo'n nulpunt met een numerieke methode, en wel met behulp van een iteratieprocedure.

- (b)
  - i. Welke numerieke methode kiest u om gegarandeerd één nulpunt op het interval  $[0, \pi]$  te vinden?
  - ii. Hoeveel stappen zijn ongeveer nodig om met deze methode een nulpunt met een nauwkeurigheid van  $10^{-4}$  te bepalen?
- (c) Een efficiënte methode om nulpunten te vinden is de methode van Newton.
  - i. Uitgaande van  $x = 0$  als startwaarde, wat levert de methode van Newton op na één stap voor de functie  $f$  in (1)?
  - ii. Hoeveel stappen zijn ongeveer nodig om met deze methode een nulpunt met een nauwkeurigheid van  $10^{-4}$  te bepalen?

opgave:	1	2	3	4	5	6
punten:	2+3+2+2	3	2+3	2+2+2	3+2+2	6

Tentamencijfer:  $1 + 9p/36$ .