Dynamische systemen (201500103) — toets 2

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden
Een rekenmachine mag worden gebruikt

Datum: 16-01-2017
Zaal: Sportcentrum
Tijd: 08:45-11:45

1. Beschouw

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x.$$

   (a) Voor welke α is het systeem regelbaar?

   (b) Is er een α waarvoor het systeem niet detecteerbaar is?

   (c) Neem nu $\alpha = 0$. Bepaal een toestandsterugkoppeling waarvoor $A + BF$ eigenwaarden -2 en -3 heeft.

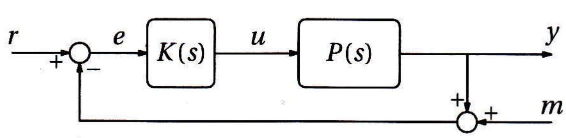
   (d) Neem $\alpha = 0$. Bepaal een regelaar, samengesteld uit een waarnemer en een toestands-terugkoppeling, die de gesloten lus stabiliseert.

2. Schrijf de differentiaalvergelijking

$$y^{(2)} + 3y^{(1)} = 2u^{(2)} + 5u$$

   als toestandsmodel $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$.

3. Beschouw onderstaand gesloten-lussysteem met $K(s)$ en $P(s)$ rationale functies: $K(s) = \frac{N_K(s)}{D_K(s)}$, $P(s) = \frac{N_P(s)}{D_P(s)}$.



   Het signaal m modelleert een meetfout (het is het verschil tussen de echte y en de meting van y waar we regeling op baseren).

   (a) Bepaal de overdrachtsfunctie van m naar y

   (b) Stel $P(s) = 1/s^2$. Bepaal een regelaar $K(s)$ waarvoor de gesloten lus asymptotisch stabiel is.

   (c) Stel $P(s) = 1/s^2$ en dat de gesloten-lus asymptotisch stabiel is. Stel $r(t) = 0$ en $m(t) = m_0$ (een constante). Bepaal $\lim_{t\to\infty} y(t)$.

4. Beschouw het initieel-in-rustsysteem

$$\dot{y}(t) = -y(t) + \int_{t-2}^{t} u(\tau)\,\mathrm{d}\tau.$$

Dit systeem is LTI.

(a) Toon aan dat het systeem BIBO-stabiel is.

(b) Bepaal de frequentieresponsie $H_{y/u}(\mathrm{i}\omega)$.

(c) Bepaal de maximal piekversterking van dit systeem.

5. Drie vragen.

(a) Geef de definitie van regelbaarheid.

(b) Is het systeem $y(t) = u(-t)$ LTI?

(c) Voor niet-lineaire systemen kan waarneembaarheid net zo gedefinieerd worden als in het dictaat voor lineaire systemen. Is het systeem

$$\dot{x} = x + u, \qquad y = x^2$$

waarneembaar?

6. **Deel van NumWis**: We beschouwen de volgende functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \tan(x) - x. \tag{1}$$

(a) Bewijs dat de functie f één nulpunt heeft in ieder interval $]-\pi/2 + k\pi, \pi/2 + k\pi[$ met $k \in \mathbb{Z}$.

Omdat we voor de functie f in (1) in het algemeen geen exacte nulpunten kunnen bepalen, berekenen we één zo'n nulpunt met een numerieke iteratieprocedure.

(b) i. Welke numerieke methode kiest u om gegarandeerd het nulpunt op het interval $]\pi/2, 3\pi/2]$ te vinden?

ii. Hoeveel stappen zijn ongeveer nodig om met deze methode een nulpunt met een nauwkeurigheid van 10^{-4} te bepalen?

(c) Een efficiënte methode om nulpunten te vinden is de methode van Newton.

i. Uitgaande van $x = \pi$ als startwaarde, wat levert de methode van Newton op na één stap voor de functie f in (1)?

ii. Hoeveel stappen zijn ongeveer nodig om met deze methode een nulpunt met een nauwkeurigheid van 10^{-4} te bepalen?

opgave:	1	2	3	4	5	6
punten:	2+3+2+2	3	2+3+2	2+2+1	2+2+2	6

Tentamencijfer: $1 + 9p/36$.