

# Afdeling Toegepaste Wiskunde

Kenmerk : TW06/SSB/PK/127/ml  
Datum : 24 oktober 2006

## Tentamen Calculus I voor CT/TN/TW Vakcode 152100

Dinsdag 31 januari 2006, 13.30 - 16.30 uur, De Spiegel 3

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.**  
**Een rekenmachine mag alleen gebruikt worden voor controle.**  
**Een formuleblad is bijgevoegd.**

1. Bepaal m.b.v. de Stelling van l'Hospital (controleer de voorwaarden)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+3x} - 2e^x - \sin x}{x^2}$$

2. Gegeven is dat de functie  $f$  continu is op  $\mathbb{R}$  met

$$f(x) = \begin{cases} x \ln(1+2x) & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{\sin(x^2)}{x} & x < 0 \end{cases}$$

- a. Geef de definitie van "de afgeleide van  $f$  in  $a \in \mathbb{R}$ ".  
b. Bepaal de afgeleide van  $f$  voor  $x \neq 0$ .  
c. Bestaat de afgeleide van  $f$  in  $x = 0$ ?
3. a. Zij  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tweemaal differentieerbaar. Geef de formule van de 2<sup>e</sup> graads Taylorpolynoom  $T_2(x)$  van  $f(x)$  in het punt  $a$ .  
b. Bepaal voor  $x \in [\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  de 2<sup>e</sup> graads Taylorpolynoom  $T_2(x)$  van  $f(x) = \ln(\sin x)$  in het punt  $a = \frac{\pi}{2}$ .

4. a. Bereken

$$\int_0^1 x\sqrt{x+1} dx \text{ met behulp van substitutie } \sqrt{x+1} = u.$$

- b. Bereken

$$\int \frac{2x^2 + x + 1}{x(x+1)^2} dx$$

Z.O.Z.

5. Gegeven zijn  $z = 1 + i$  en  $\omega = 1 + i\sqrt{3}$
- Bepaal de polaire vorm van  $z$  en  $\omega$ .
  - Bereken  $z\omega, \omega/z$  en  $z^9$  in polaire vorm.

6. Los het volgende beginwaarde probleem op

$$y'' - 4y' + 4y = e^{-x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 4.$$

7. Gegeven is de functie  $f$  van twee variabelen  $x, y$  door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Toon aan dat  $f$  continu is in  $(0, 0)$ .
- Bepaal de partiële afgeleiden  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y), (x, y) \neq (0, 0)$ .
- Bepaal  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ .

**Normering:**

<b>1.</b>	3	<b>2a.</b>	2	<b>3a.</b>	2	<b>4a.</b>	3	<b>5a.</b>	2	<b>6.</b>	5	<b>7a.</b>	2
		<b>2b.</b>	3	<b>3b.</b>	2	<b>4b.</b>	3	<b>5b.</b>	3			<b>7b1.</b>	2
		<b>2c.</b>	2									<b>7b2.</b>	2

**Totaal:**  $36 + 4 = 40$  punten