

Toets Calculus , TW

27 September 2011, 13:45-15:15

Gebruik van rekenmachine is niet toegestaan.
Elk antwoord moet gemotiveerd worden.

- Geef de definitie van de convergentie van een rij $\{x_n\}$ met limiet ℓ .
 - Veronderstel dat gegeven is dat $x_n \leq 7$ voor alle n . Toon dan aan dat $\ell \leq 7$.
 - Bewijs met de definitie dat

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2-5} = 0.$$

- Geef de definitie van rechterlimiet van de functie $f(x)$ in een punt $x = a$.
 - Laat $g(x) = x^2 - 1$. Bepaal voor $\varepsilon = 10^{-3}$ een interval (a, b) waarvoor geldt dat $|g(x)| < \varepsilon$ voor alle $x \in (a, b)$.
 - Veronderstel dat een functie $h(x)$ differentieerbaar is in $x = a$. Geef de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van h in $x = a$.
- Bereken de volgende limieten:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3} - 1}{x^2}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cos\left(\frac{3}{x}\right)$$

- Toon aan dat de functie $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$f(x) = \exp(x^3)$$

een monotoon stijgende functie is.

- Laat g de inverse zijn van de functie f in onderdeel (a). Bereken de afgeleide van g in het punt e , dus $g'(e)$.