

Module 2 toets 2 Analyse, 201300057  
18-01-2016,

Name + studentnummer:

*Motiveer alle antwoorden.*

1. Bewijs of weerleg de volgende beweringen:

- (a) (2pt) De functie  $f(x) = 2x$  is uniform continu op  $\mathbb{R}$ .
- (b) (2pt) De functie  $f(x) = x^2$  is uniform continu op  $\mathbb{R}$ .
- (c) (2pt) de functie  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$  is uniform continu op  $(0, 1]$

2. (6pt) Formuleer de stelling van Rolle en geef het bewijs.

3. Gegeven is dat de functie  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  stijgend is en dat  $P = \{x_0, \dots, x_n\}$  een partitie is van het interval  $[a, b]$

(a) (4pt) Laat zien dat

$$\sum_{j=1}^n (M_j(f) - m_j(f)) \Delta x_j \leq (f(b) - f(a)) \|P\|.$$

(b) (2pt) Bewijs dat iedere monotone functie op het interval  $[a, b]$  integreerbaar is.