Uitwerkingen Tentamen Deterministische Modellen in de OR (158075)

Maandag 10 maart 2003

Opgave 1 (8 punten)

Onderdeel a:

BV = $\{s_1, s_2\}$

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS	BV
1	-1	-1	-2	0	0	0	
0	2	1	3	1	0	90	s_1
0	0	1	1	0	1	45	s_2

BV = $\{x_3, s_2\}$

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS	BV
1	1/3	-1/3	0	2/3	0	60	
0	2/3	1/3	1	1/3	0	30	x_3
0	-2/3	2/3	0	-1/3	1	15	s_2

BV = $\{x_3, x_2\}$

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS	BV
1	0	0	0	1/2	1/2	67.5	
0	1	0	1	1/2	-1/2	22.5	x_3
0	-1	1	0	-1/2	3/2	22.5	x_2

De oplossing is: x_1=0, x_2= x_3=22.5 met z=67.5.

Onderdeel b

c_{BV} = (2 1) (eerst x3, dan x2). $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$, b = $(90\ 45)^T$.

Nu wordt b'= $(90+\Delta, 45+2\Delta)^T$ en B^{-1}b'= $(22.5-0.5\Delta,\ 22.5+2.5\Delta)^T \geq 0$ als $-9 \leq \Delta \leq 45$.
De z-waarde wordt $c_{BV}B^{-1}b' = 67.5+1.5\Delta$.

Onderdeel c

De duale variabelen zijn ongelijk aan 0, maar de slack variabelen zijn wel gelijk aan 0, dus de producten $s_i*y_i = 0$.

Onderdeel d

In de z-rij van het eindtableau staat een 0 bij de NBV x_1. We kunnen deze variabele in de basis brengen. Een extra simplexstap geeft:

BV = $\{x_1, x_2\}$

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS	BV
1	0	0	0	1/2	1/2	67.5	
0	1	0	1	1/2	-1/2	22.5	x_1
0	0	1	1	0	1	45	x_2

De oplossing is: x_1=22.5, x_2 =45 met z = 67.5.

Opgave 2 (7 punten)

Onderdeel a
Zie aan het eind van de uitwerking.

Onderdeel b

Knoop	1	2	3	4	5	6
ET	0	5	9	10	13	21
LT	0	7	10	10	13	21

Onderdeel c

$TF(i,j) = LT(j)-ET(i)-t_{ij}$

Activiteit	A	B	C	D	E	F	G
TF	1	2	0	2	1	0	0

Kritieke pad: C-F-G

Onderdeel d

x_j = tijdstip waarop de gebeurtenis samenhangend met knoop j optreedt (d.w.z. tijdstip waarop alle voorafgaande activiteiten afgerond zijn), j=1,...,6
y_i = aantal weken verkorting voor activiteit i, i = A,C,E,G

MIN $Ka*y_A + Kc*y_C + Ke*y_E + Kg*y_G$
s.t.

$x_1 = 0$	$x_3-x_2 \geq 3$	$y_A \leq a \leq 9$	alle var ≥ 0
$x_3-x_1 \geq 9-y_A$	$x_2-x_1 \geq 5$	$y_C \leq c \leq 10$	
$x_5-x_3 \geq 3-y_E$	$x_5-x_4 \geq 3$	$y_E \leq e \leq 3$	
$x_4-x_1 \geq 10-y_C$	$x_6 \leq 18$	$y_G \leq g \leq 8$	
$x_6-x_5 \geq 8-y_G$			

N.B. Je kunt ook x1=0 weglaten, dan worden alle var urs en x6-x1 ≤ 18.

Opgave 3 (8 punten)

- Fasen: steden (NY =1, LA = 2, Miami = 3) [N.B. Andere volgorde mag ook]
- Toestanden: aantal vluchten j dat nog kan worden toegewezen
- Beslissingen: x = aantal vluchten dat wordt toegewezen aan stad t ($x_t(j)$ = optimale beslissing in fase t bij toestand j)
- Kostenfunctie: $f_t(j)$ = de maximale winst indien j vluchten kunnen worden toegewezen aan steden t,t+1,...,3.

Als $c_t(x)$ = de opbrengst bij toewijzing van x vluchten aan stad t, dan is

$$f_t(j) = \max_x \{c_t(x) + f_{t+1}(j-x)\} \text{ met } 0 \leq x \leq j$$

Fase 3 (Miami):
$f_3(0) = 0$, $f_3(1) = 90$, $f_3(2) = 180$, $f_3(3) = 265$, $f_3(4) = 310$, $f_3(5) = 350$, optimale toewijzing steeds x=j
$f_3(6) = 350$, $x_3(6) = 5$, want 6 toewijzen geeft lagere winst!

Fase 2 (Los Angeles):
$f_2(0) = 0 + f_3(0) = 0$, $x_2(0) = 0$
$f_2(1) = \max \{100+f_3(0), 0+f_3(1)\} = 100$, $x_2(1) = 1$
$f_2(2) = \max \{0+f_3(2), 100+f_3(1), 195+f_3(0)\} = \max\{180, 190, 195\} = 195$, $x_2(2) = 2$
$f_2(3) = \max \{0+f_3(3), 100+f_3(2), 195+f_3(1), 275+f_3(0)\} = \max\{265, 280, 285, 275\} = 285$, $x_2(3) = 2$
$f_2(4) = \max \{0+f_3(4), 100+f_3(3), 195+f_3(2), 275+f_3(1), 325+f_3(0)\} = \max\{310, 365, 375, 365, 325\} = 375$, $x_2(4) = 2$
$f_2(5) = \max \{0+f_3(5), 100+f_3(4), 195+f_3(3), 275+f_3(2), 325+f_3(1), 300+f_3(0)\} = \max\{350, 410, 460, 455, 415, 300\} = 460$, $x_2(5) = 2$
$f_2(6) = \max \{0+f_3(6), 100+f_3(5), 195+f_3(4), 275+f_3(3), 325+f_3(2), 300+f_3(1), 250+f_3(0)\} = \max\{350, 450, 505, 540, 505, 390, 250\} = 540$, $x_2(6) = 3$

Fase 1 (New York):
$f_1(6) = \max \{0+f_2(6), 80+f_2(5), 150+f_2(4), 210+f_2(3), 250+f_2(2), 270+f_2(1), 280+f_2(0)\} = \max\{540, 540, 525, 495, 445, 370, 280\} = 540$, $x_1(6) = 0$ of 1

Optimale oplossingen:
0 vluchten op NY, 3 op LA en 3 op Miami
1 vlucht op NY, 2 op LA en 3 op Miami

Opgave 4 (8 punten)

X_i = toewijzing (in euro's) aan project i, i=1,...,16

MAX $z = \Sigma_i s_i X_i / V_i$ (bijdrage aan de doelstellingen maximaliseren)

s.t.

$X_i \geq 0.35V_i$, i=1,...,16	(elk project krijgt minstens 35% van wat gevraagd is)
[$X_i \leq V_i$, i=1,...,16	(staat niet expliciet in de opgave, ligt wel voor de hand)]
$\Sigma_i X_i = B$	(totale budget wordt uitgegeven)
$X_1+...+X_7 \geq 0.5B$	
$X_1+...+X_7 \leq 0.7B$	(Sp, P en Gr krijgen tussen 50 en 70% van het budget)
$X_3/V_3 = X_9/V_9$	(Portugal en Ierland krijgen relatief evenveel)
$X_i \geq 0$, i=1,...,16	

Onderdeel b
Extra variabelen: Y_i = 1 als project i subsidie krijgt toegewezen, 0 anders, i=1,...,16

$Y_3 \geq 0.5(Y_1+Y_2)$ (Spanje krijgt iets, dan Portugal ook)
[N.B. $Y_1 \leq Y_3$ en $Y_2 \leq Y_3$ samen geeft hetzelfde resultaat]
$Y_4+...+Y_7 \leq 2$ (Griekenland krijgt hoogstens 2 projecten toegewezen)
$Y_8 \leq 1-Y_9$ (Ierland wel, dan Nederland niet)

Relatie tusen continue en 0-1 variabelen: $X_i \leq MY_i$, i=1,...,16 (met M groot, bijv. B of grootste V_i)

Alle restricties uit a) blijven, behalve de 35% restrictie.

Opgave 5 (5 punten)

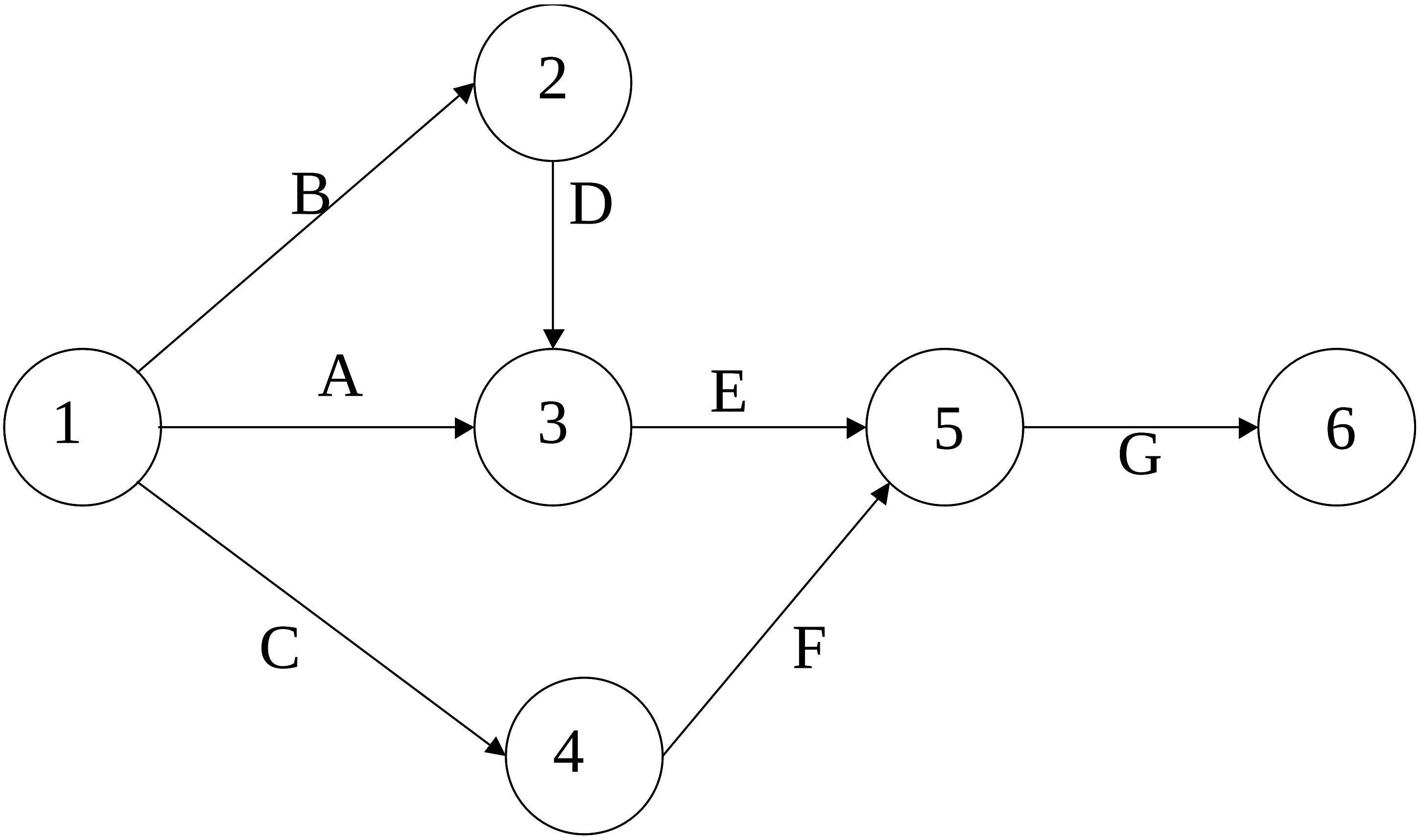
Onderdeel a
c_3 verandert van –100 in –150, een afname van 50. Deze afname is toegelaten, dus de BV en hun waarde blijven hetzelfde. De doelfunctiewaarde gaat omlaag met 15*50=750 dollar.

Onderdeel b
Schaduwprijs = 100, dwz als het rechterlid van die restrictie toeneemt met 1, dan verbetert (in dit geval gaat omhoog) de doelfunctiewaarde met 100.

Onderdeel c
Een afname van 25 naar 22 ter grootte van 3 is meer dan de toegelaten afname van 2.5. De huidige basis blijft niet optimaal. Over de nieuwe oplossing kunnen we niks zeggen zonder eerst een nieuwe oplossing uit te rekenen met Lindo.

Onderdeel d
Zie boek, restricties 1 en 3 zijn bindend, dus we hebben te maken met case 2.
2) rhs 100 $\rightarrow$ 110, dus een relatieve verandering van 10/15 = 2/3
3) rhs blijft gelijk
4) rhs 70 $\rightarrow$ 71, dus een relatieve verandering van 1/3.3 = 0.3
De som van de relatieve veranderingen is minder dan 1, dus de huidige basis blijft optimaal.

Opgave 2
Onderdeel a
Zie blz. 5


2
B
D
1
A
3
E
5
G
6
C
F
4