Kenmerk: EWI06/DWMP/t15/dh

Tentamen Deterministische Modellen in de OR

Woensdag 1 november 2006, 13.30 – 16.30 uur

vakcode 158075

Opmerking vooraf: Geef bij elke opgave een volledige en duidelijke uitwerking inclusief argumentatie! Gebruik van de rekenmachine is niet toegestaan.

1. **(4 punten)**
   Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\begin{array}{llrcrcl} \max & z = & 2x_1 & + & x_2 & & \\ \text{s.t.} & & x_1 & + & x_2 & \leq & 5 \\ & & x_1 & + & x_2 & \geq & 3 \\ & & x_1 & + & 2x_2 & = & 8 \\ & & & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

   Los het LP op met de 2-fasenmethode.

2. **(7 punten)**
   Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\begin{array}{llrcrcl} \text{(P)} \max & z = & 3x_1 & + & x_2 & & \\ \text{s.t.} & & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\ & & 3x_1 & + & 2x_2 & \geq & 6 \\ & & 4x_1 & + & 2x_2 & = & 7 \\ & & & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

   Het oplossen van (P) met de simplexmethode levert het volgende eindtableau op:

z	x_1	x_2	s_1	e_2	RHS
1	0	0	0	1	9/2
0	0	0	1	0	1/2
0	0	1	0	-2	3/2
0	1	0	0	1	1

   (a) Bepaal het duale probleem (D) van (P) geef de optimale oplossingen voor (P) en (D).

   (b) Voor welke waarden van de RHS van de 3e voorwaarde (b_3) blijft de basis uit het eindtableau optimaal en hoe ziet de nieuwe optimale oplossing er uit wanneer b_3 de waarde 15/2 krijgt?

(c) Stel er komt een nieuwe variabele x_3 bij het LP met bijbehorende kolom $a_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ en doelfunctiecoëfficient c_3. Voor welke waarden van c_3 blijft de basis uit het eindtableau optimaal?

3. **(5 punten)**
CLEAN produceert wasmachines en wasdrogers op twee productieplekken, een in Boekelo en een in Haaksbergen. De totale productiecapaciteit in Boekelo is 800 en in Haaksbergen 1000. CLEAN verwacht van beide typen machines 900 te kunnen verkopen. De opbrengst afhankelijk van het type en de locatie van de productie is als volgt:

	wasmachines	wasdrogers
Boekelo	600 €	800 €
Haaksbergen	1000 €	1300 €

Voor de totale productie staan maximaal 4000 werkuren van personeel ter beschikking en de benodigde hoeveelheid werk afhankelijk van het type en de locatie van de productie is als volgt:

	wasmachines	wasdrogers
Boekelo	2 uur	2 uur
Haaksbergen	3 uur	4 uur

Een werkuur kost 20 €. CLEAN wil de productie zo opzetten dat de winst maximaal wordt. Het bijbehorende LP en de LINDO output zijn als volgt:

$$
\begin{array}{rl}
\text{max} & \text{600 XBM + 1000 XHM + 800 XBD + 1300 XHD - 20 W} \\
\text{subject to} & \\
2) & \text{2 XBM + 3 XHM + 2 XBD + 4 XHD - W} \leq 0 \\
3) & \text{XBM + XBD} \leq 800 \\
4) & \text{XHM + XHD} \leq 1000 \\
5) & \text{XBM + XHM} \leq 900 \\
6) & \text{XBD + XHD} \leq 900 \\
7) & \text{W} \leq 4000
\end{array}
$$

LP optimum found at step 3

Objective function value

1) 1360000.00

Variable	Value	Reduced cost
XBM	0.000000	200.000000
XHM	800.000000	0.000000
XBD	800.000000	0.000000
XHD	0.000000	33.333370
W	4000.000000	0.000000

Row	Slack or surplus	Dual prices
2)	0.000000	333.333300
3)	0.000000	133.333300
4)	200.000000	0.000000
5)	100.000000	0.000000
6)	100.000000	0.000000
7)	0.000000	313.333300

No. iterations = 3

Ranges in which the basis is unchanged:

	obj coefficient ranges		
Variable	current coef.	Allowable increase	Allowable decrease
XBM	600.000000	200.000000	Infinity
XHM	1000.000000	200.000000	25.000030
XBD	800.000000	Infinity	133.333300
XHD	1300.000000	33.333370	Infinity
W	-20.000000	Infinity	313.333300

	Righthand side ranges		
Row	current rhs.	Allowable increase	Allowable decrease
2	0.000000	300.000000	2400.000000
3	800.000000	100.000000	150.000000
4	1000.000000	Infinity	200.000000
5	900.000000	Infinity	100.000000
6	900.000000	Infinity	100.000000
7	4000.000000	300.000000	2400.000000

(a) Zouden maar 3000 werkuren ter beschikking staan wat zou dan de winst van CLEAN zijn?

(b) Stel een extern bedrijf biedt aan om voor 5000 € de capaciteit in Boekelo van 800 naar 850 te verhogen. Moet CLEAN dit aanbod aannemen?

(c) Met hoeveel zou de opbrengst van wasdrogers in Haaksbergen moeten groeien, voordat het voor CLEAN gunstig wordt, om wasdrogers in Haaksbergen te produceren?

(d) Wat is het maximum wat CLEAN voor een extra werkuur zou moeten betalen?

4. **(5 punten)**
Gegeven is een project met 7 activiteiten, waarvoor de volgende gegevens bekend zijn

Activiteit	A	B	C	D	E	F	G
Voorganger	–	A	B	B	B	E	C,F
Bewerkingstijd	5	8	10	5	4	5	3

   (a) Geef het bijbehorende AOA project netwerk.
   (b) Bepaal het kritieke pad van het AOA netwerk en de total float en free float voor iedere activiteit.

5. **(5 punten)**
Een bedrijf bouwt een fabriek waar twee produkten P1 en P2 geproduceerd worden. De fabriek heeft een capaciteit van 10.000 produkten. Voor de opslag van goederen bestaan twee mogelijke oplossingen:

Hal 1 kost 120.000 € en hal 2 kost 280.000 €. Er moet precies een van de twee hallen gebouwd worden. Kiest de fabriek voor hal 1, dan moeten tenminste 3 keer zoveel produkten van P1 als van P2 gemaakt worden. Het bedrijf verwacht per produkt P1 een winst van 6000 € en per produkt P2 een winst van 8000 €. Het doel is maximale winst te maken. Formuleer dit probleem als een ILP. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van alle voorwaarden en van de doelfunctie.

6. **(6 punten)**
De UT heeft 3 faculteiten, die het al goed doen, maar waar nog extra geld in geïnvesteerd kan worden. Er staan 4.000.000 € ter beschikking en geïnvesteerd zal worden in veelvouden van 1.000.000. De verwachte opbrengst van de 3 faculteiten, afhankelijk van het extra geïnvesteerde bedrag, zijn als volgt:

Investering	Opbrengsten		
(€ miljoenen)	Fac. 1	Fac. 2	Fac. 3
0	4	3	3
1	7	6	7
2	8	10	8
3	9	12	13
4	11	14	15

De universiteit heeft als doel de investeringen zo te plaatsen, dat de opbrengst maximaal wordt.
Los dit probleem op met dynamische programmeren. Definieer hiertoe de fasen, toestanden, beslissingen, kostenfuncties, recurrente betrekking voor de kostenfunctie.

7. **(4 punten)**
Welke van de vier volgende beweringen zijn waar en welke onwaar.

(a) Een LP-probleem heeft twee optimale oplossingen: $x = \overline{x}$ en $x = \overline{\overline{x}}$. Ook $x = \frac{1}{2}\overline{x} + \frac{1}{2}\overline{\overline{x}}$ is dan een optimale oplossing.

(b) Als de coëfficienten van de doelfunctie van een maximalisatie LP-probleem in kanonieke vorm alle niet-positief zijn, heeft het duale LP-probleem altijd een toegelaten oplossing.

(c) Als een LP-probleem aan het eind van fase 1 geen toegelaten oplossing heeft, heeft het duale probleem ook geen toegelaten oplossing.

(d) Een maximale-stroom probleem (max-flow) is een speciaal geval van een LP-probleem.

Normering:

1. :	4	2.(a):	2	3.(a):	1	4.(a):	2	5. :	5	6. :	6	7.:	4
		(b):	3	(b):	2	(b):	3						
		(c):	2	(c):	1								
				(d):	1								

Totaal: 36 + 4 = 40 punten.

Hulpmiddel: Tableau behorende bij een basis BV, uitgedrukt in termen van het starttableau

z	BV	NBV	RHS
1	0	$c_{BV}B^{-1}N - c_{NBV}$	$c_{BV}B^{-1}b$
0	I	$B^{-1}N$	$B^{-1}b$